

Problema # 39 del problemario

Desarrollo de plan de inversión para cubrir compromisos de jubilación de personal de empresas Polar.

Tabla 1 Erogaciones por año en miles de \$

AÑO	1	2	3	4	5	6	7	8
MONTO	430	210	222	231	240	195	225	255

Tabla 2 Tipos de Inversión

TIPO DE BONO	PRECIO Valor Facial (\$1000)	Interés (%)	Vencimiento (años)
1	1150	8,875	5
2	1000	5,5	6
3	1350	11,75	7

Se puede colocar el dinero no invertido en bonos en una cuenta de money market que produce un interés de 4% anual

El objetivo de este problema es desarrollar un plan de inversiones con la compra de bonos e inversión en money market que permita cubrir los compromisos de pago de jubilaciones de la empresa con el menor desembolso de dinero posible en el año 1.

Variables de decisión

X_i = cantidad de bonos tipo i a adquirir en el año 1 (como los bonos pagan interés de acuerdo a su valor facial no hace falta definir la cantidad de dinero a destinar para comprar cada tipo de bono sino cuántos bonos se adquieren) $i = 1, 2, 3$.

Y_j = cantidad de dinero (en miles \$) a colocar en money market al inicio del período j (estoy suponiendo que la inversión se hace al comienzo del período y las erogaciones se hacen al final). En este caso, si debemos indicar cantidad de dinero que colocaríamos en la cuenta de money market; $j = 1, \dots, 8$.

Restricciones

En cada período, los intereses por las inversiones en bonos y en la cuenta de money market deben ser iguales al desembolso para pagar jubilaciones más el dinero a colocar en la cuenta de money market al inicio del siguiente período. Al vencimiento de un determinado bono se cuenta también con ese capital para pagar compromisos de jubilación e invertir, no hay que multiplicar por 1000 porque todas las cantidades están expresadas en miles de \$. En el último período sólo estarían disponibles los intereses generados por la cuenta de money market para cumplir los compromisos de pago de jubilaciones.

$$\text{Año 1} \rightarrow 88,75 X_1/1000 + 55 X_2/1000 + 117,5 X_3/1000 + 1,04 Y_1 = 430 + Y_2$$

($88,75 \times X_1$ representa el interés de los bonos tipo 1 y hay que dividir por 1000 para expresar todo en miles de \$ ya que las demás cantidades vienen expresadas así, lo mismo aplica para los demás tipos de bonos)

$$\text{Año 2} \rightarrow 0,08875 X_1 + 0,055 X_2 + 0,1175 X_3 + 1,04 Y_2 = 210 + Y_3$$

$$\text{Año 3} \rightarrow 0,08875 X_1 + 0,055 X_2 + 0,1175 X_3 + 1,04 Y_3 = 222 + Y_4$$

$$\text{Año 4} \rightarrow 0,08875 X_1 + 0,055 X_2 + 0,1175 X_3 + 1,04 Y_4 = 231 + Y_5$$

$$\text{Año 5} \rightarrow 0,08875 X_1 + X_1 + 0,055 X_2 + 0,1175 X_3 + 1,04 Y_5 = 240 + Y_6 \text{ (vence bono 1)}$$

$$\text{Año 6} \rightarrow 0,055 X_2 + X_2 + 0,1175 X_3 + 1,04 Y_6 = 195 + Y_7 \text{ (vence bono 2)}$$

$$\text{Año 7} \rightarrow 0,1175 X_3 + X_3 + 1,04 Y_7 = 225 + Y_8 \text{ (vence bono 3)}$$

$$\text{Año 8} \rightarrow 1,04 Y_8 = 255$$

No negatividad $X_i \geq 0 \quad Y_j \geq 0$

Función Objetivo (Minimizar el desembolso de dinero en el período 1)

$$\text{Min } Z(X) = 1150 X_1 + 1000 X_2 + 1350 X_3 + 1000 Y_1$$

(Hay que multiplicar Y_1 por 1000 para expresar todo en \$ ó dividir los coeficientes de X_1, X_2, X_3 por 1000 para expresar todo en miles de \$)